

KOLOKVIJUM IZ  
MATEMATIČKIH OSNOVA INFORMATIKE  
II A  
23.12.1998.

1. (4) Dokazati da su sledeća dva tvrđenja ekvivalentna u svakoj mreži

(i) iz  $(x \wedge z = y \wedge z, x \vee z = y \vee z, x \leq y)$  sledi  $x = y$

(ii)  $(x \wedge y) \vee (z \wedge (x \vee y)) = ((x \wedge y) \vee z) \wedge (x \vee y)$

2. (4) Neprazan podskup  $\mathbf{B}_1$  Bulove algebre  $B$  je njena podalgebra ako i samo ako je zatvorena u odnosu na komplement  $f(x) = \bar{x}$  i binarnu operaciju  $g(x, y) = \bar{x}y$ . Dokazati.

3. (2) Skicirati logičko kolo koje realizuje sabiranje dva trocifrena binarna broja.

KOLOKVIJUM IZ  
MATEMATIČKIH OSNOVA INFORMATIKE  
II A  
17.12.1999.

1. (2) Dokazati da je mreža modularna ako i samo ako za sve  $x, y, z$  iz  $L$  važi sledeći zakon:

$$(z \wedge (x \vee y)) \vee y = (z \vee y) \wedge (x \vee y).$$

2. (5) U proizvoljnoj Bulovoj algebri  $\mathcal{B} = (B, \cdot, \vee, ', 0, 1)$ , za sve  $x, y, z$  iz  $B$  važe sledeća tvrđenja:

a) Ako postoji  $t \in B$  takvo da je  $y \vee t = z \vee t$  i  $y \vee t' = z \vee t'$ , onda je  $y = z$ ;

b)  $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ .

3. (3) a) Odrediti sve neizomorfne podmreže mreže na slici

b) Da li je ova mreža modularna?

KOLOKVIJUM IZ  
MATEMATIČKIH OSNOVA INFORMATIKE  
II A  
24.april 2000.

1. Predsednik i tri člana komisije glasaju pritiskom na dugme. Odluka se donosi ili većinom glasova, ili glasom predsednika i bar jednog preostalog člana. Konstruisati što jednostavnije prekidačko kolo kroz koje protiče struja ako i samo ako se odluka izglasa.

2. Dato je šest novčića, od kojih su četiri ispravna, na petom je na obe strane pismo, a na šestom je na obe strane grb. Na slučajan način uzima se jedan novčić i baca se četiri puta. Odrediti verovatnoću da je uzet ispravan novčić ako je sva četiri puta pao grb.

3. Verovatnoća da jednog dana pada kišaje 0,25. Ako duva vetar verovatnoća da pada kiša je 0,45, a ako ne duva vetar, verovatnoća da ne pada kiša je 0,75. Izračunati srednju informaciju koju o tome da li duva vetar ili ne pruža podatak o tome da li pada kiša ili ne.

### KOLOKVIJUM IZ MATEMATIČKIH OSNOVA INFORMATIKE IIA

1. (3) Dokazati da je mreža modularna ako i samo ako za sve  $x, y, z$  iz  $L$  važi sledeći zakon:

$$(z \wedge (x \vee y)) \vee y = (z \vee y) \wedge (x \vee y).$$

2. (4) Neprazan podskup  $\mathbf{B}_1$  Bulove algebre  $B$  je njena podalgebra ako i samo ako je zatvorena u odnosu na komplement  $f(x) = \bar{x}$  i binarnu operaciju  $g(x, y) = \bar{x}y$ . Dokazati.
3. (3) Da li je parcijalno uredjeni skup, predstavljen dijagramom na slici, mreža?

### KOLOKVIJUM IZ MATEMATIČKIH OSNOVA INFORMATIKE IIA, 17.januar 2002.

1. Da li je parcijalno uređeni skup predstavljen Hase-dijagramom:  
(a) (b)

mreža?

Bulova mreža?

2. Neka je  $b$  proizvoljni ne-nula element Bulove algebre  $\mathcal{B} = (B, \cdot, \wedge, ', 0, 1)$ . Dokazati: (a)  $(b] := \{x \in B \mid x \leq b\}$  je ideal u  $\mathcal{B}$ ,  
(b) Ako je  $\mathcal{B}$  konačna algebra tada za svaki ideal  $I$  u datoj Bulovoj algebri postoji  $a \in B$  tako da je  $(a] = I$ .
3. Konstruisati logičko kolo koje realizuje množenje dvocifrenog i trocifrenog binarnog broja.

### Kolokvijum II iz Matematičkih osnova informatike, 17. mart 2003.

1. Pronaći parcijalnu Bulovu funkciju nad  $\mathcal{B}_2$  koja ima tačno tri različite minimalne  $DNF$ .

2. Odrediti minimalne DNF i zatim skicirati što jednostavnije logičko kolo za izdvajanje brojeva  $\{19, 21, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 30\}$  iz skupa  $\{0, 1, \dots, 30\}$ , ako su brojevi dati u binarnom zapisu.

Kolokvijum IV iz  
Matematičkih osnova informatike,  
26. maj 2003.

1. U tekstu NOVOSADSKI SAJAM odrediti frekvenciju pojavljivanja slova i kodirati ih optimalnim ternarnim kodom.
2. Dokazati da u linearnom  $(n, k)$ -kodu ili svi vektori imaju parnu, ili polovina vektora ima parnu, a polovina neparnu normu.

MIF I, 12. januar 2005.

1. Neka je dat konačan skup  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  i neka je  $\mathcal{P}(A)$  odgovarajuća Bulova algebra partitivnog skupa. Dokazati da  $\mathcal{P}(A) \cong \mathcal{B}_2^n$ .
2. Pronaći sva Bulove homomorfizme Bulove algebre  $(\{1, 7, 11, 77\}, \wedge, \vee, ', 1, 77)$  u Bulovu algebru  $(\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}, \wedge, \vee, ', 1, 30)$ , i jedno preslikavanje koje nije Bulov homomorfizam.
3. Odrediti sve minimalne DNF i nacrtati što jednostavnije logičko kolo koje izdvaja brojeve 2,9,12,13,14,15 predstavljene u binarnom zapisu iz skupa brojeva  $\{0, 1, 2, \dots, 15\} \setminus \{1, 5, 7, 10, 11\}$ .

MIF II, 03. maj 2005.

1. U kutiji se nalaze dve plave, dve crvene, dve bele i dve zelene kuglice. Iz kutije se izlače četiri kuglice. Kolika je verovatnoća da izvučene kuglice nisu sve različitih boja.
2. Verovatnoća da student položi algebru u junskom roku je 0,3. Ako je student prethodno položio matematičku logiku, verovatnoća da položi algebru je 0,45, a ako student nije položio matematičku logiku, verovatnoća da ne položi algebru je 0,9. Izračunati srednju informaciju koju o tome da li je student položio logiku ili ne daje podatak o tome da li je položio algebru ili ne.
3. Na ulazu simetričnog kanala je izvor  $(A, P_A)$ , gde je  $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$  i  $p(\alpha_1) = 0,2$ ;  $p(\alpha_2) = 0,3$  i  $p(\alpha_3) = 0,5$ . Na izlazu iz kanala odgovarajući sistem  $(B, P_B)$  ima raspodelu  $(0,37; 0,27; 0,36)$ . Odrediti matricu tog kanala i njegov kapacitet.

DRUGI KOLOKVIJUM IZ MIF II, 01. jun 2005.

1. Proveriti da li kod  $V = \{ab, aba, aab\}$ , gde je  $B = \{a, b\}$ , omogućuje jednoznačno dekodiranje. Ako kod ne omogućuje jednoznačno dekodiranje odrediti reč koja se na dva različita načina može dekodirati.

2. Odrediti sve vektore koda  $V$  čija je generišuća matrica  $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , odrediti njeno kodno rastojanje, i jednu kontrolnu matricu.

3. Dokazati da u linearnom kodu ili svi vektori završavaju nulom, ili tačno polovina vektora završava nulom, a polovina jedinicom.

Kolokvijum 1, MIF I, 06. decembar 2005.

1. Neka je  $\mathcal{A}$  uredjeni skup i  $B, C \subseteq A$ . Dokazati da je  $(B \cup C)^g = B^g \cap C^g$ .
2. Pronađi sve mreže (do na izomorfizam) predstavljene Hase-dijagramima koje imaju sedam elemenata i imaju podmreže izomorfne sa pentagonom i dijamantom.
3. Dokazati da je mreža modularna akko  $(x \wedge y) \vee (z \wedge (x \vee y)) = ((x \wedge y) \vee z) \wedge (x \vee y)$ .
4. Dokazati da je svaka mreža kao uredjeni skup istovremeno i mreža kao algebra.

MIF II, 04. maj 2006.

1. Ako duva vetar, verovatnoća da cvet bude oprašen je 0,7, a ako na njega sleti bumbar, verovatnoća oprašivanja je 0,6. Verovatnoća da će biti vetrovito je 0,3 (ako duva vetar, bumbari ne lete). Odrediti neodređenost načina oprašivanja, ako je cvet oprašen (od strane vetra ili bumbara).
2. Dato je 9 novčića među kojima je lažan, ali se ne zna da li je lakši ili je teži. Sa koliko se najmanje vaganja vagom bez tegova može sa sigurnošću utvrditi koji novčić je lažan, da li je lakši ili teži, i kako treba vagati da bi se to utvrdilo?
3. Simboli 0,1 i 2 pojavljuju se na ulazu u komunikacijski kanal sa verovatnoćama 0,2; 0,3 i 0,5, redom. Ako je matrica kanala  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0,1 & 0,4 & 0,5 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{bmatrix}$ , naći srednju uzajamnu informaciju ulaza i izlaza i dekodirati sa minimalnim gerškama reč 10221, koja se pojavila na izlazu.

KOLOKVIJUM 2 IZ MIF II, 01. jun 2006.

1. Proveriti da li kod  $V = \{ab, ba, abb, cba, aba, bbc\}$  omogućuje jednoznačno dekodiranje.

Utrditi zašto kod nije op-

2. timalan i konstruisati optimalni binarni kod.

$A$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
$P$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$f(A)$	001	001	010	011	100	101

3. Dokazati da u linearnom  $(n, k)$ -kodu ili svi vektori imaju parnu normu, ili polovina vektora ima parnu normu, a polovina neparnu normu.

KOLOKVIJUM 1 IZ BAIOP, 14. decembar 2006.

1. Nacrtati Hase dijagrame svih neizomorfnih nedistributivnih mreža sa manje od sedam elemenata.
2. Dokazati da je mreža  $L$  distributivna ako i samo ako za sve  $x, y, z \in L$  važi:

$$(x \vee y) \wedge (z \vee (x \wedge y)) = (x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x).$$

3. Kolekcija svih konačnih i dokonačnih (tj. onih čiji je komplement konačan) podskupova skupa prirodnih brojeva  $N$ , je u odnosu na uobičajene skupovne operacije Bulova algebra. Dokazati.
4. Ako je  $h$  homomorfizam Bulove algebre  $\mathcal{B}$  u Bulovu algebru  $\mathcal{B}'$  onda je  $h^{-1}(C)$  podalgebra od  $\mathcal{B}$ , gde je  $C$  podalgebra od  $\mathcal{B}'$ , ( $h^{-1}(C) = \{x \in \mathcal{B} | h(x) \in C\}$ ).

1. Verovatnoća da student položi algebru u junskom roku je 0,3. Ako je student prethodno položio matematičku logiku, verovatnoća da položi algebru je 0,45, a ako student nije položio matematičku logiku, verovatnoća da ne položi algebru je 0,9. Izračunati srednju informaciju koju o tome da li je student položio logiku ili ne daje podatak o tome da li je položio algebru ili ne.
2. Simboli 0,1 i 2 pojavljuju se na ulazu u komunikacijski kanal sa verovatnoćama 0,2; 0,3 i 0,5, redom. Ako je matrica kanala  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,1 & 0,5 \\ 0,2 & 0,2 & 0,6 \end{bmatrix}$ , naći srednju uzajamnu informaciju ulaza i izlaza i dekodirati sa minimalnim gerškama reč 10121, koja se pojavila na izlazu.
3. Dati su kodovi  $U = \{0, 01, 11, 0211, 11022\}$  i  $V = \{01, 12, 120, 1120, 1220\}$ . Za onaj od njih koji omogućuje jednoznačno dekodiranje proveriti da li je optimalan za raspodelu  $\{0,4; 0,3; 0,2; 0,05; 0,05\}$ . Za drugi kod odrediti reč koja se na dva načina može dekodirati.
4. Naći kod čija je kontrolna matrica

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

odrediti mu kodno rastojanje i generišuću matricu.