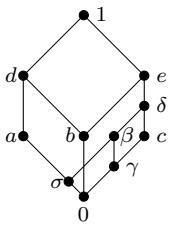


1. Da li je uredeni skup kome odgovara sledeći Hase-dijagram mreža



2. Dokazati da je mreža L distributivna ako i samo ako za sve $x, y, z \in L$ važi:

$$(x \vee y) \wedge (z \vee (x \wedge y)) = (x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x).$$

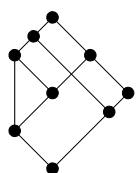
3. Pokazati da izomorfizam kod Bulovih algebri preslikava atome u atome.

1. Disjunkcija svih kanonskih elementarnih konjunkcija u odnosu na promenljive x_1, \dots, x_n je 1.
2. Konstruisati logičko kolo koje realizuje sabiranje tri dvocifrena binarna broja.
3. Odrediti sve minimalne DNF i nacrtati što jednostavnije logičko kolo za izdvajanje brojeva koji nisu deljivi ni sa tri ni sa četiri od brojeva 2 do 14, ako su brojevi dati u binarnom zapisu sa četiri cifre.

Matematički osnovi informatike I,
Bulove algebре i optimizacija,
18. februar 2009.

Zadaci:

1. Da li je navedeni parcijalno uredeni skup predstavljen Hase dijagramom mreža? Obrazložiti.



2. Skicirati logičko kolo za množenje dva trocifrena binarna broja.
3. Odrediti sve minimalne DNF i nacrtati što jednostavnije logičko kolo koje realizuje oduzimanje dva dvocifrena binarna broja od kojih je onaj od koga se oduzima uvek veći ili jednak drugom.

Teorija:

4. Mreža kao uredjeni skup i kao algebarska struktura.
5. Predstavljanje konačnih Bulovih algebri.
6. Minimalna disjunktivna forma; proste implikante.

1. Damjan, Milan i Steva treba da polazu ispit iz Teorije informacija i kodiranja. Damjan se u potpunosti spremio za ispit dok su Milan i Steva spremili trećinu ispita. Profesor je prozvao jednog studenta i dao mu tri pitanja. Odrediti verovatnoću da Profesor nije prozvao Damjana ako je student znao odgovor na sva tri pitanja.

2. Mašina serijski proizvodi delove istog tipa. Verovatnoća da proizvedeni deo bude škart je 0,002. Posle koliko proizvedenih delova treba vršiti proveru da li je do tada proizveden škart da bi količina informacija u tom saopštenju bila maksimalna?
3. Kanal je testiran na taj način što je njime poslata poruka od po 1000 simbola a, b i c . Poruka je primljena kao 200, 500, 300; 500, 300, 200 i 200, 200, 600 simbola a, b, c , redom. Ako se tim kanalom šalje poruka koja je sastavljena od simbola a, b i c , pri čemu se ti simboli javljaju u odnosu 1:2:3; odrediti entropiju ulaza i izlaza, srednju uvezanu informaciju ulaza i izlaza i dešifrovstvu reč aabc koja se pojavila na izlazu.

1. Proveriti da li kod $V = \{01, 10, 100, 111, 011\}$; $B = \{0, 1\}$, omogućuje jednoznačno dekodiranje. Ako kod ne omogućuje jednoznačno dekodiranje odrediti najkraću reč koja se na bar dva različita može dekodirati, a ako omogućuje jednoznačno dekodiranje konstruisati jedan prefiksni kod sa istim duzinama kodnih zamena, i nad istim alfabetom.
2. Odrediti kod čija je generišuća matrica

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & \dots & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & \dots & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 31}.$$

Opisati njegovu kontrolnu matricu i odrediti kodno rastojanje.

3. Neka je V linearan (n, k) -kod. Neka je $H(V)$ matrica čije su vrste svi elementi koda V . Neka je N broj nula u matrici $H(V)$. Dokazati da je $N \geq n \cdot 2^{k-1}$. Konstruisati jedan linearan kod kod koga je jednakost zadovoljena.

1. Proveriti da li kod $V = \{ab, aba, aab\}$; $B = \{a, b\}$, omogućuje jednoznačno dekodiranje. Ako kod ne omogućuje jednoznačno dekodiranje odrediti najkraću reč koja se na bar dva različita može dekodirati, a ako omogućuje jednoznačno dekodiranje konstruisati jedan prefiksni kod sa istim duzinama kodnih zamena, i nad istim alfabetom.

2. U sledećim kodovima utvrditi zašto nisu optimalni i konstruisati odgovarajući optimalni kod:

$$\begin{array}{c|ccccc} p_i & 0, 6 & 0, 2 & 0, 1 & 0, 1 \\ \hline & 0 & 10 & 11 & 01 \end{array},$$

$$\begin{array}{c|ccccc} p_i & 0, 2 & 0, 2 & 0, 2 & 0, 2 & 0, 2 \\ \hline & 000 & 001 & 010 & 001 & 100 \end{array}.$$

3. Kolone kontrolne matrice linearog koda su svi binarni brojevi od 1 do $2^n - 1$ dužine n . Dokazati da taj kod ispravlja jednu grešku. Množenjem te matrice na izlazu dobija se binarni zapis pogrešne koordinate. Dokazati.