Matematicke osnove informatike, IIA, 09.april 2000.

1. Dokazati da je mreža modularna ako i samo ako za svako $x, y, z \in L$ važi :

$$(x \wedge y) \vee (z \wedge (x \vee y)) = (x \vee y) \wedge (z \vee (x \wedge y)).$$

2. Konstruisati logičko kolo koje realizuje množenje da trocifrena binarna broja.

3. Imamo nepravilnu kocku sa raspodelom

i	1	2	3	4	5	6
p(i)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

   i 6 novčića, od kojih su prva tri ispravna, na četvrtom su dva pisma, a na petom i šestom po dve glave.
   Bacamo kocku, pa zavisno od toga koji broj padne, uzima se odgovarajući novčić i baca se. Odrediti entropiju ishoda kocke, ako se zna da je pala glava na novčiću.

4. Izvor emituje simbole A, B i C sa verovatnoćama 0,2; 0,3 i 0,5, redom. Na izlazu se ti simboli javljaju sa verovatnoćama 0,2; 0,29 i 0,51, redom. Ako je verovatnoća ispravnog prenosa simbola A 0,7; simbola B 0,8 i simbola C 0,9 i verovatnoća da se prilikomprenosa simbol B zameni simbolom A 0,2, odrediti matricu kanala, entropiju složenog sistema ulaz-izlaz, kao i srednju uzajamnu informaciju ulaza i zlaza.

5. Dati su kodovi: $U = \{0, 01, 11, 0211, 11022\}$ i $V = \{00, 01, 22, 220, 1220\}$. Za onaj od njih koji omogućuje jednoznačno dekodiranje proveriti da da li je optimalan za raspodelu $\{0,4; 0,3; 0,2; 0,05; 0,05\}$. Za drugi kod odrediti reč koja se na dvva načina može dekodirati.

Matematicke osnove informatike, IIA, 09.april 2000.

1. Dokazati da u svakoj mreži L, za sve $x, y, z \in L$ važi :

$$((x \wedge y) \vee (x \wedge z)) \wedge ((x \wedge y) \vee (y \wedge z)) = x \wedge y.$$

2. Odrediti minimalne DNF i konstruisati što jednostavnije prekidačko kolo za izdvajanje brojeva: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 14\}$ od brojeva 0-14.

3. Održava se teniski susret između dve ekipe od po dva člana. neka su to ekipe $A = \{a_1, a_2\}$ i $B = \{b_1, b_2\}$. Meč se održava na sledeći način: kockom se izabere iz svake ekipe po jedan član, oni međusobno odigraju meč, i koji igrač pobedi on donese pobedu ekipi.
   Odnosi snaga između pojedinih igrača su sledeći: igrač a_1 ima 40% šanse da pobedi igraca b_1, a 20% šanse da pobedi igrača b_2, a igrač a_2 ima 90% šanse da pobedi igraca b_1, a 60% šanse da pobedi igraca b_2.
   Odrediti neodređenost izbora igrača koji su učestvovali u susretu, ako se zna da je pobedio tim B.

4. Dat je binarni kod V čije dužine kodnih zamena ne prelaze k. Koliko najmanje bi kod trebalo da ima kodnih zamena, a da bismo sa sigurnšću mogli tvrditi da on ne omogućava jednoznačno dekodiranje. Dokazati! Ako se taj broj kodnih zamena umanji za jedan, konstruisati takav prefiksni kod za $k = 3$.

5. Dati su kodovi: $U = \{0, 01, 11, 0211, 11022\}$ i $V = \{00, 01, 22, 220, 1220\}$. Za onaj od njih koji omogućuje jednoznačno dekodiranje proveriti da da li je optimalan za raspodelu $\{0,4; 0,3; 0,2; 0,05; 0,05\}$. Za drugi kod odrediti reč koja se na dva načina može dekodirati.

Matematicke osnove informatike, IIA, 30.jun 2000.

1. Neka je $n \geq 2$ prirodan broj i B skup svih delitelja broja n, a za a, b iz B, $a \cdot b = NZD\{a, b\}$; $a \vee b = NZS\{a, b\}$; $a' = n/a$. Tada je $\mathcal{B} = (b, \cdot, \vee, ', 1, n)$ Bulova algebra ako i samo ako je n kvadratno slobodan(nije deljiv nijednim kvadratom prirodnog brojavećeg od jedan). Dokazati!

2. Konstruisati logičko kolo koje realizuje množenje dva trocifrena binarna broja.

3. Neka se simboli x_1, x_2 i x_3 nezavisno pojavljuju sa verovatnoćama 0,5; 0,4 i 0,1, redom. Ako je matrica kanala

$$\prod = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \\ 0 & 0,6 & 0,4 \end{bmatrix}$$

naći entropiju ulaza i izlaza $H(X)$ i $H(Y)$, zatim $H(X, Y)$, kao i srednju uzejamnu informaciju $I[X, Y]$. Kako treba dešifrovati reč $x_1x_2x_3$ na izlazu, pa da to bude sa minimalnim greškama?

4. Dat je binarni kod V čije dužine kodnih zamena ne prelaze k. Koliko najmanje bi kod trebalo da ima kodnih zamena, a da bismo sa sigurnšću mogli tvrditi da on ne omogućava jednoznačno dekodiranje. Dokazati! Ako se taj broj kodnih zamena umanji za jedan, konstruisati takav prefiksni kod za $k = 3$.

5. Na ulazu u komunikacijski kanal javljaju se elementi alfabeta $A = \{a, b\}$, i to a tri puta češće nego b. Kodirati uređene trojke alfabeta A Šenonovim kodom. Da li je taj kod optimalan? Proceniti entropiju izvora.

Matematicke osnove informatike, IIA, 20.sep.2000.

1. Dokazati da u svakoj mreži L, za sve $x, y, z \in L$ važi:

$$((x \wedge y) \vee (y \wedge z \wedge (x \vee y))) \wedge y \leq (x \vee y) \wedge (z \vee (x \wedge y)) \wedge (x \vee (y \wedge z)).$$

2. Odrediti minimalnu DNF i konstruisati što jednostavnije logičko kolo koje realizuje korenoanje četvorocifrenog binarnog broja, a nije definisano kad koren nije ceo broj.

3. Održava se teniski susret između dve ekipe od po dva člana. neka su to ekipe $A = \{a_1, a_2\}$ i $B = \{b_1, b_2\}$. Meč se održava na sledeći način: kockom se izabere iz svake ekipe po jedan član, oni međusobno odigraju meč, i koji igrač pobedi on donese pobedu ekipi.
Odnosi snaga između pojedinih igrača su sledeći: igrač a_1 ima 60% šanse da pobedi igraca b_1, a 80% šanse da pobedi igrača b_2, a igrač a_2 ima 10% šanse da pobedi igraca b_1, a 40% šanse da pobedi igraca b_2.
Odrediti neodređenost izbora igrača koji su učestvovali u susretu, ako se zna da je pobedio tim B.

4. Izvor emituje simbole A, B i C sa verovatnoćama 0,2; 0,3 i 0,5, redom. Na izlazu se ti simboli javljaju sa verovatnoćama 0,2; 0,29 i 0,51, redom. Ako je verovatnoća ispravnog prenosa simbola A 0,7; simbola B 0,8 i simbola C 0,9 i verovatnoća da se prilikom prenosa simbol B zameni simbolom A 0,2, odrediti matricu kanala, entropiju složenog sistema ulaz-izlaz, kao i srednju uzajamnu informaciju ulaza i zlaza.

5. Dokazati da nijedan binarni kod sa $1 + 2^k$ kodnih zamena ne većih od k, ne omogucuje jednoznačno dekodiranje.

Matematicke osnove informatike, IIA, 14.oktobar 2000.

1. Dokazati da je mreža modularna ako i samo ako za sve x, y, z iz L važi sledeći zakon:

$$(z \wedge (x \vee y)) \vee y = (z \vee y) \wedge (x \vee y).$$

2. Konstruisati logičko kolo koje realizuje množenje dva dvocifrena binarna broja.

3. Ako je pri svakom gađanju u metu verovatnoća pogotka p, posle koliko gađanja treba prekinuti i proveriti da li je meta pogođena, ako se želi da informacija u tom saopštenju bude maksimalna? Odrediti broj gađanja za slučaj $p = 0,11$.

4. Na ulazu simetričnog kanala je izvor (A, P_A), gde je $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ i $p(\alpha_1) = 0,1; p(\alpha_2) = 0,5; p(\alpha_3) = 0,4$. Na izlazu iz kanala odgovarajući sistem (B, P_B) ima raspodelu $(0,37; 0,36; 0,27)$. Odrediti matricu tog kanala i njegov kapacitet.

5. Naći kod čija je kontrolna matrica

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

odrediti mu kodno rastojanje i generišuću matricu.