Matematicke osnove informatike, IIA, 9.februar 2001.

1. Dokazati da je mreža modularna ako i samo ako za sve x, y, z iz L važi sledeći zakon:

$$(z \wedge (x \vee y)) \vee y = (z \vee y) \wedge (x \vee y).$$

2. Konstruisati logičko kolo koje realizuje množenje dva dvocifrena binarna broja.

3. Ako je pri svakom gađanju u metu verovatnoća pogotka p, posle koliko gađanja treba prekinuti i proveriti da li je meta pogođena, ako se želi da informacija u tom saopštenju bude maksimalna? Odrediti broj gađanja za slučaj $p = 0,11$.

4. Na ulazu simetričnog kanala je izvor (A, P_A), gde je $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ i $p(\alpha_1) = 0,1; p(\alpha_2) = 0,5; p(\alpha_3) = 0,4$. Na izlazu iz kanala odgovarajući sistem (B, P_B) ima raspodelu $(0,37; 0,36; 0,27)$. Odrediti matricu tog kanala i njegov kapacitet.

5. Naći kod čija je kontrolna matrica

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

odrediti mu kodno rastojanje i generišuću matricu.

Matematicke osnove informatike, IIA, 17.02.2001.

1. Dokazati da u svakoj mreži L, za sve $x, y, z \in L$ važi:

$$((x \wedge y) \vee (y \wedge z \wedge (x \vee y))) \wedge y \leq (x \vee y) \wedge (z \vee (x \wedge y)) \wedge (x \vee (y \wedge z)).$$

2. Odrediti sve minimalne DNF i nacrtati što jednostavnije prekidačko kolo za izdvajanje brojeva koji nisu deljivi ni sa tri ni sa četiri od brojeva $2 - 14$, ako su brojevi dati u binarnom zapisu sa četiri cifre.

3. Verovatnoća da prosečna temperatura vazduha u martu na jednoj planini bude ispod $-1°C$ je 0,46. Ako je prosečna visina snežnog prekrivača preko $78cm$, verovatnoća da prosečna temperatura vazduha bude ispod $-1°C$ je 0,56, a ako je prosečna visina snežnog prekrivača ispod $78cm$, verovatnoća da prosečna temperatura vazduha bude preko $-1°C$ je 0,84. Izračunati srednju informaciju koju o temperaturi vazduha daje visina snežnog prekrivača.

4. Poruke se sastavljaju od simbola x, y, z, pri čemu se ti simboli javljaju u odnosu $4 : 3 : 2$ na ulazu u kanal. Verovatnoća prelaza simbola jednih u druge date su matricom kanala:

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,5 & 0.3 \\ 0,7 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,6 \end{bmatrix}$$

Naći entropije ulaza i izlaza ,srednju uzajamnu informaciju za ulaz i izlaz i dešifrovati reč xyz sa minimalnom greskom.

5. U tekstu MATEMATIČKE OSNOVE INFORMATIKE odrediti frekvenciju pojavljivanja slova i kodirati ih binarnim kodom Fanoa.

Matematicke osnove informatike, IIA, 01.april 2001.

1. Neka je L distributivna i komplementirana mreža. Dokazati da je L i jednoznačno komplementirana. Dati primer distributine mreže
   (a) u kojoj ni jedan elemenat nema komplement
   (b) u kojoj svi elementi imaju komplemente
   (c) u kojoj postoje elementi sa komplementima, ali mreža nije komplementirana.
2. Odrediti minimalnu DNF i konstruisati što jednostavnije logičko kolo koje realizuje korenovanje četvorocifrenog binarnog broja, a nije definisano kad koren nije ceo broj.
3. Ako je pri svakom gađanju u metu verovatnoća pogotka p, posle koliko gađanja treba prekinuti i proveriti da li je meta pogođena, ako se želi da informacija u tom saopštenju bude maksimalna? Odrediti broj gađanja za slučaj $p = 0,11$.
4. Na ulazu u BSC nula se javlja sa verovatnoćom 0,30 ,a na izlazu sa verovatnoćom 0,38. Odrediti verovatnoću greške u prenosu i kapacitet kanala.
5. Dati su kodovi: $U = \{0, 01, 11, 0211, 11022\}$ i $V = \{00, 01, 22, 220, 1220\}$. Za onaj od njih koji omogućuje jednoznačno dekodiranje proveriti da da li je optimalan za raspodelu $\{0,4; 0,3; 0,2; 0,05; 0,05\}$. Za drugi kod odrediti reč koja se na dvva načina može dekodirati.

Matematicke osnove informatike, IIA, 27. jun 2003.

1. Nacrtati Hase dijagrame svih neizomorfnih nedistributivnih mreža sa 6 elemenata.
2. Ako je F filter u Bulovoj algebri $\mathcal{B}$, onda je $I = \{x \in B \mid x' \in F\}$ ideal (dualni za F) i obrnuto, za svaki ideal I u $\mathcal{B}$, $F = \{x' \in B \mid x \in I\}$ je filter (dualan idealu I). Dokazati.
3. Ako su F i G Bulovi izrazi, a x Bulova promenljiva, pokazati da je $F \vee G = x \cdot F \vee G$ ako i samo ako je $F \leq x \vee G$.
4. Predsednik i tri člana komisije glasaju pritiskom na dugme. Odluka se donosi ili većinom glasova, ili glasom predsednika i bar jednog preostalog člana. Konstruisati što jednostavnije prekidačko kolo kroz koje protiče struja ako i samo ako se odluka izglasa.

Matematicke osnove informatike, IIA,

1. Da li je navedeni parcijalno uređeni skup predstavljen Hase dijagramom mreža? Obrazložiti.
2. Konstruisati logičko kolo koje realizuje deljenje četvorocifrenog binarnog broja brojem 4.Izlaz neka sadrži količnik i ostatak, u binarnom zapisu.

3. Neka je $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}, n \geq 3, p(x_1) = a$ i $p(x_2) = b$. Dokazati da je $H(X) \leq -a \log_2 a - b \log_2 b - (1-a-b) \log_2 \frac{1-a-b}{n-2}$, i da se jednakost dostiže ako i samo ako su svi događaji osim x_1 i x_2 jednako verovatni. (Uputstvo: Ako je $n \in N, p_1, ..., p_n, q_1, ..., q_n > 0$ i $\sum_{i=1}^{n} q_i \leq \sum_{i=1}^{n} p_i$, tada je $-\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i \leq -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 q_i$, gde jednakost važi akko je za svako $i \in \{1, 2, ..., n\}, p_i = q_i$).

4. Na ulazu u BSC nula se javlja sa verovatnoćom 0,30, a na izlazu sa verovatnoćom 0,42. Odrediti verovatnoću greške u prenosu, srednju uzejamnu informaciju ulaznog i izlaznog sistema i kapacitet kanala. Kodirati uređene trojke ulaznog alfabeta optimalnim ternarnim kodom.

5. Data je generišuća matrica linearnog koda

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Dekodirati reč 111111001011101.