UNIVERZALNA ALGEBRA - IV A, 11. februar 2002.

1. a) Dokazati da za proizvoljne kardinalne brojeve κ, λ, μ važi:

$$\kappa \leq \lambda \Rightarrow \kappa^{\mu} \leq \lambda^{\mu}.$$

   b) Dati primer $\kappa, \lambda, \mu \neq 0$ tako da je $\kappa < \lambda$ ali $\kappa^{\mu} = \lambda^{\mu}$.

2. Algebra $\mathcal{P}$ ima CEP(svojstvo proširenja kongruencija) ako za svaku podalgebru $\mathcal{B}$ algebre $\mathcal{P}$ i $\theta \in Con\mathcal{B}$ postoji $\phi \in Con\mathcal{P}$ tako da je $\theta = \phi \cap B^2$.
   Klasa algebri $\mathcal{K}$ ima svojstvo CEP ako svaka algebra iz $\mathcal{K}$ ima svojstvo CEP.
   Pokazati da klasa Abelovih grupa ima CEP.

3. Neka je K klasa prstena na jeziku $L = \{+, *, -, \mathit{0}\}$ u kojima važi: $(\forall x)(x^2 \approx x \vee x^2 \approx -x)$.
   Ispitati zatvorenost klase K u odnosu na operatore H,S,P.

4. Neka je K klasa algebri tipa $L = \{*, \mathit{1}\}, ar(*) = \mathit{2}, ar(\mathit{1}) = \mathit{0}$ koji zadovoljavaju sledeće identitete:

$$\begin{aligned} x * (y * z) &\approx (x * y) * z \\ x * x &\approx 1 \\ 1 * x &\approx x. \end{aligned}$$

   Opisati K-slobodnu algebru nad $X = \{x, y\}$.

UNIVERZALNA ALGEBRA - IV A, 2. mart 2002.

1. Neka su λ, κ kardinali, tako da je $\lambda \geq \omega,\ 2002 \leq \kappa \leq \lambda$. Dokazati da je $\kappa^{\lambda \oplus 2002} = 2000^{\lambda}$.

2. Data je algebra $\mathcal{A} = (\{1, 2, 3\}, f)$, gde je $f(x, y, z) = min\{x, y, z\}$. Da li je algebra $\mathcal{A}$:
   a) prosta,
   b) direktno nesvodljiva,
   c) poddirektno nesvodljiva?

3. Neka su $\mathcal{K}$ i $\mathcal{M}$ klase algebri tipa $\mathcal{F} = \{f\},\ ar(f) = 1$, koje zadovoljavaju sledeće formule $(\forall x)(f^2(x) \approx x \vee f^4(x) \approx x),\ (\forall x)(f^2(x) \approx x \vee f^5(x) \approx x)$, respektivno.
   a) Da li je $\mathcal{K}$ jednakosna klasa?
   b) Da li je $\mathcal{M}$ zatvorena u odnosu na operatore H, S, P?

4. Neka je $\mathcal{K}$ klasa Abelovih grupa tipa $F = \{\cdot, ^{-1}, \mathit{1}\}, ar(\cdot) = \mathit{2}, ar(^{-1}) = \mathit{1}, ar(\mathit{1}) = \mathit{0}$ koje zadovoljavaju identitet $x^3 \approx 1$. Opisati $\mathcal{K}$-slobodnu algebru nad $X = \{x, y\}$.